

OGNUNO DI NOI E' ORGOGLIOSO DI
ESSERE HOMO SAPIENS,
LA VITA CI COSTRINGE AD ESSERE
HOMO FABER,
PER VIVERE IN MODO UMANO
OCCORRE ESSERE HOMO LUDENS
E LA MATEMATICA CI DA` UNA MANO

(Mario Ferrari)

**IL PRIMO MODO PER SCOPRIRE IL
CONNUBIO TRA MATEMATICA E MUSICA
CONSISTE NEL DARE RILIEVO ALLA
PERCEZIONE UDITIVA, LA QUALE SI
COMBINA CON ASPETTI VISIVI E MOTORI.**

**QUESTE ESPERIENZE RIGUARDANO SIA IL
RITMO SIA L'ALTEZZA DEI SUONI,
ED ECCO I TERMINI MATEMATICI.**

**QUINDI DALLA PERCEZIONE UDITIVA
ALL'ALTEZZA E LA DURATA DEI SUONI.**

**NELL'ANTICA GRECIA IL CONCETTO DI RAPPORTO
VENIVA PROPOSTO ANCHE NELLA MUSICA CON I
PITAGORICI (DISCEPOLI DI PITAGORA):**

**LA CONCEZIONE PITAGORICA DELL'UNIVERSO È
DI ENORME IMPORTANZA E DI GRANDE SUGGERZIONE.**

**E' CON LA SCUOLA PITAGORICA INFATTI CHE SI
INSEDE STABILMENTE NELLA RIFLESSIONE FILOSOFICA IL
PROBLEMA DEI RAPPORTI TRA MUSICA E MATEMATICA.
ANZI, FU PROPRIO UN ELEMENTO DI CARATTERE SONORO
CHE PERMISE A PITAGORA DI FORMULARE IL LEGAME TRA
MATEMATICA E NATURA**

RACCONTO DI PITAGORA

UN GIORNO PITAGORA PASSÒ DI FRONTE ALL'OFFICINA DI UN FABBRO, E SI ACCORSE CHE IL SUONO DEI MARTELLI SULLE INCUDINI ERA A VOLTE CONSONANTE, A VOLTE DISSONANTE.

INCURIOSITO, ENTRÒ NELL'OFFICINA, SI FECE MOSTRARE I MARTELLI, E SCOPRÌ CHE QUELLI CHE RISUONAVANO IN CONSONANZA AVEVANO UN PRECISO RAPPORTO DI PESO.

AD ESEMPIO, SE UNO DEI MARTELLI PESAVA IL DOPPIO DELL'ALTRO, ESSI PRODUCEVANO SUONI DISTANTI UN'OTTAVA.

SE INVECE UNO DEI MARTELLI PESAVA UNA VOLTA E MEZZO L'ALTRO, ESSI PRODUCEVANO SUONI DISTANTI UNA QUINTA (L'INTERVALLO TRA IL DO E IL SOL).

TORNATO A CASA, PITAGORA FECE ALCUNI ESPERIMENTI CON NERVI DI BUE IN TENSIONE, PER VEDERE SE QUALCHE REGOLA ANALOGA VALESSE PER I SUONI GENERATI DA STRUMENTI A CORDA, QUALI LA LIRA.

SORPRENDENTEMENTE, LA REGOLA ERA ADDIRITTURA LA STESSA.

AD ESEMPIO, SE UNA DELLE CORDE AVEVA LUNGHEZZA DOPPIA DELL'ALTRA, ESSE PRODUCEVANO SUONI DISTANTI UN'OTTAVA.

SE INVECE UNA DELLE CORDE ERA LUNGA UNA VOLTA E MEZZA L'ALTRA, ESSE PRODUCEVANO SUONI DISTANTI UNA QUINTA

**IN PERFETTO STILE SCIENTIFICO,
DALL'OSSERVAZIONE E
DALL'ESPERIMENTO, PITAGORA DEDUSSE
UNA TEORIA:**

**LA COINCIDENZA DI MUSICA,
MATEMATICA E NATURA.**

**UN ASPETTO FONDAMENTALE DELLA MUSICA,
INFATTI, È LA DURATA DEI SUONI E DELLE
PAUSE,**

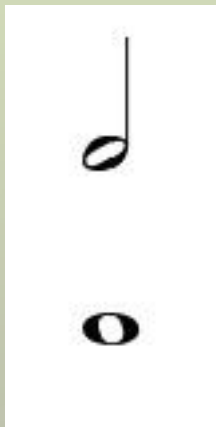
**UN SISTEMA DI NOTAZIONE SIMBOLICA
CHE SI AGGIUNGE A QUELLO
ALFABETICO
E A QUELLO
NUMERICO DECIMALE POSIZIONALE.**

I SIMBOLI USATI

LE NOTE



TA un gesto



TA-A due gesti

TA-A-A-A quattro gesti



TI-TI due note in un solo gesto
Le "gemelline ti-ti"

LE RELATIVE PAUSE



A-PARTENDO DA 1/4 E RADDOPPIANDO A 1/2 A 4/4 e dimezzando a 1/8
B- PARTENDO DAL VALORE DI 4/4 E SEMPRE DIMEZZANDO



4/4



2/4



1/4



1/8

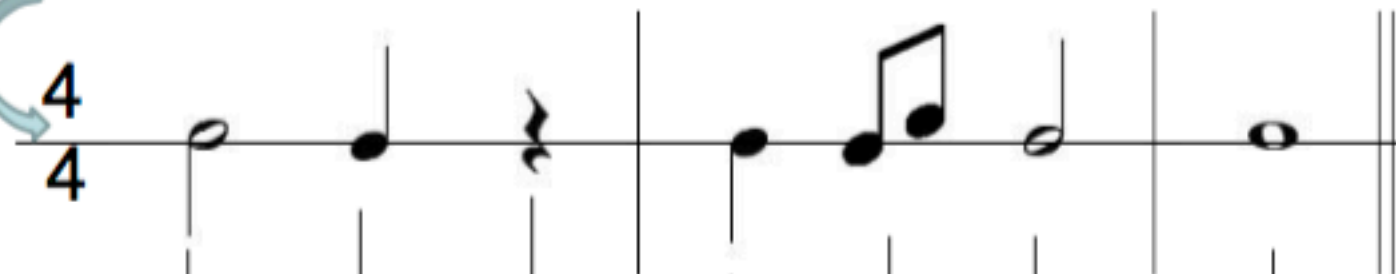


Anche con pochi elementi (2 valori di note e pause) è possibile

- 1. ANALIZZARE UN RIGO MUSICALE CON I GESTI E LE FRAZIONI** (analisi di frazioni, somma di frazioni, frazioni equivalenti)
- 2. COMPLETARE UN RIGO MUSICALE** (fr.equivalenti, somma di frazioni, frazioni complementari)
- 3. INVENTARE UN RIGO MUSICALE** (tutti gli elementi in gioco) IMMAGINARE - PROGETTARE
- 4. RIPRODURRE CON GESTI E STRUMENTI** (verifica della fattibilità e coerenza ritmica) REALIZZARE E DESCRIVERE
- 5. CONTROLLARE CON LE FRAZIONI** (uso consapevole delle frazioni)

Cambia la notazione

1 - ANALIZZO UN RIGO MUSICALE



1/2

1/4

1/4

1/4

2/8

2/4

2/4

1/4

4/4

4/4

4/4

TA -A TA (UNO)

TA ti ti TA-A

TA-A-A-A

MENTRE ANALIZZO CONTROLLO

CON I GESTI:

E

4 GESTI

1-MANI SULLE GINOCCHIA

2-MANI SULLE SPALLE

3-MANI SULLA TESTA

4-MANI IN ALTO

CON LA VOCE: TA-A TA (UNO)

TA tti TA-A

TA-A-A-A

MA ANCHE

CON GLI STRUMENTI (E LA VOCE)

2 – COMPLETO UN RIGO MUSICALE

The diagram shows a musical staff with a 4/4 time signature. The staff is divided into four measures by vertical bar lines. The notes and rests are as follows:

- Measure 1: Quarter note (1/4), Half note (2/4).
- Measure 2: Quarter note (1/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4).
- Measure 3: Half note (2/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4).
- Measure 4: Half note (2/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4), Quarter note (1/4).

Arrows point from the notes to their equivalent fractions below the staff:

- Quarter note (1/4) → 1/4
- Half note (2/4) → 2/4
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Half note (2/4) → 2/4
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)
- Quarter note (1/4) → 1/4 (in red)

Below the staff, there are additional fractions in red:

- 2/8 (under the first red 1/4)
- 4/8 (under the second red 1/4)

IL **CONTROLLO** CON I **GESTI** LA **VOCE** O GLI **STRUMENTI**

AVVIENE BATTUTA PER BATTUTA E ALLA FINE

CONTA IL PROPRIO GUSTO RITMICO

SI SCOPRE UN SIGNIFICATO NUOVO PER LA FRAZIONE EQUIVALENTE:
IL VALORE E' UGUALE, MA IL "CARATTERE" MUSICALE E' DIVERSO

3 - COMPONGO UN RIGO MUSICALE

3
4

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{8}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$

?

$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

IL **CONTROLLO** CON GESTI, SUONI O STRUMENTI

AVVIENE **CONTINUAMENTE**

PER AFFINARE LA COMPOSIZIONE
SEGUENDO IL PROPRIO GUSTO RITMICO

SI ` CI SONO I NUMERI 1,2,4.....

Ovviamente i bambini si riferiscono a gesti e valori delle note

(.....Ma anche quando dividiamo una torta contiamo i pezzi))

ANDIAMO AVANTI

OSSERVATE ANCORA MEGLIO E CONFRONTATE I VALORI DELLE NOTE

.....

4 TA VALGONO COME UN TA-A-A-A, UNA NOTA BIANCA SENZA GAMBINO

.....

UNA NOTA NERA E` LA META` DI QUELLA BIANCA COL GAMBO

UN TA-A E` LA META` DI QUELLA LUNGA SENZA GAMBO

ALLORA UN TA E` $\frac{1}{4}$ E LA NOTA LUNGA $\frac{4}{4}$

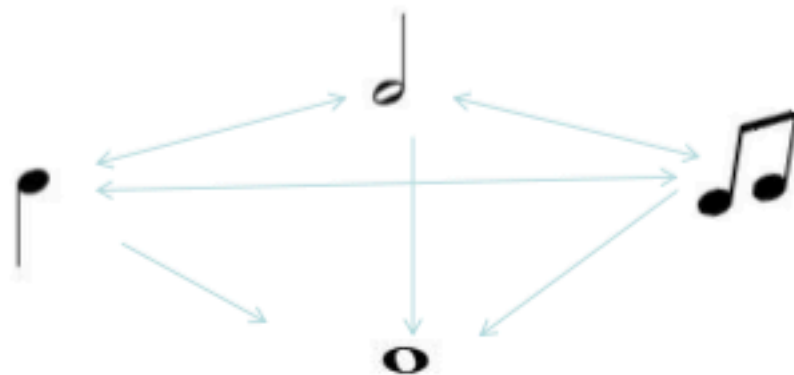
ALLORA TA-A E` $\frac{1}{2}$

.....OPPURE $\frac{2}{4}$

E LE GEMELLINE TI-TI VALGONO ANCHE LORO $\frac{1}{4}$

Ad un certo punto scatta il confronto fra i valori delle diverse note

Cambia il **PUNTO DI VISTA** : non più una nota alla volta, ma ogni nota in relazione con le altre, la nota "intera" inizialmente, poi le altre



E' LA STESSA COSA CHE ACCADE QUANDO CONFRONTIAMO
LE PARTI CON L'INTERO?

**DUNQUE QUESTO CONNUBIO TRA
MATEMATICA E MUSICA DERIVA DAL
FATTO CHE NEL CANTO, NELL'USO
DELLO STRUMENTARIO ORFF E DELLA
BODYPERCUSSION BISOGNA CONTARE:
IL CONFRONTO TRA I VALORI DELLE
DURATE DEI SUONI È UN RAPPORTO TRA
NUMERI NATURALI E PER QUESTO SI
ESPRIME TRAMITE LE FRAZIONI.**

**LA MUSICA OFFRE UN ESEMPIO
PREGNANTE SULL'ORIGINE DI
NUMERO RAZIONALE (LE FRAZIONI):**

**LA NECESSITÀ DI ESPRIMERE
RAPPORTI TRA NUMERI INTERI E
PROPORZIONI PORTANO A
CONSIDERARE NUOVI TIPI DI NUMERI.**

***DUNQUE LA MUSICA NON SOLO SI
AVVALE DELLA MATEMATICA,
MA HA ANCHE CREATO O
CONTRIBUITO A CREARE NUOVI
STRUMENTI DELLA MATEMATICA PER
AVVALERSENE COME LINGUAGGIO E
STRUMENTO CREATIVO.***

**PITAGORA SUPPOSE CHE CI FOSSERO
TRE TIPI DI MUSICA: QUELLA
STRUMENTALE PROPRIAMENTE
DETTA,
QUELLA UMANA SUONATA
DALL'ORGANISMO
E QUELLA MONDANA SUONATA
DAL COSMO**

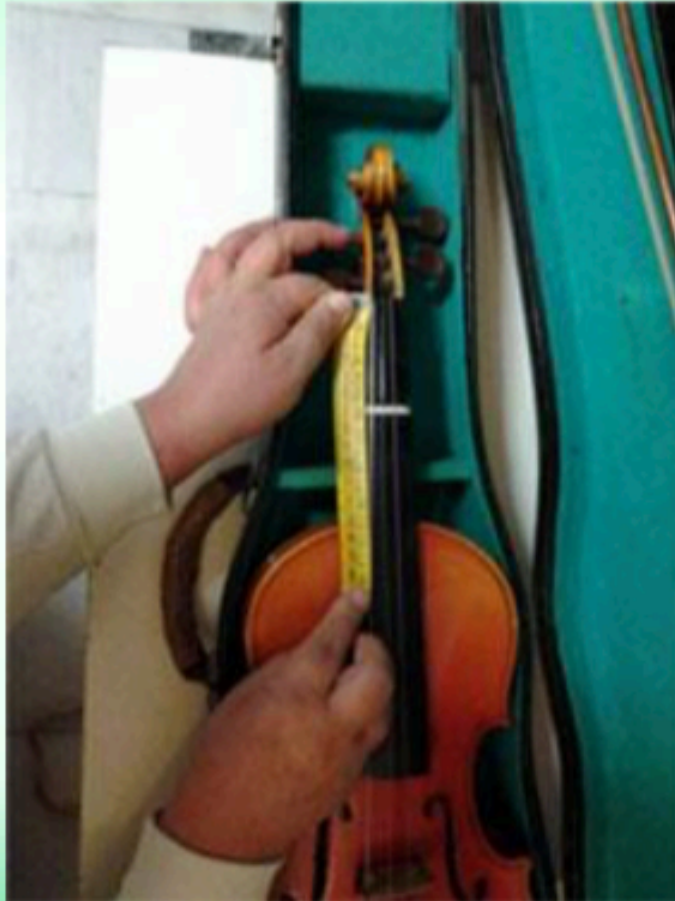
**LA SOSTANZIALE COINCIDENZA DELLE TRE
MUSICHE ERA RESPONSABILE DA UN LATO
DELL'EFFETTO EMOTIVO PRODOTTO, PER
LETTERALE RISONANZA, DALLA MELODIA
SULL'UOMO,
E DALL'ALTRO DELLA POSSIBILITÀ DI DEDURRE LE
LEGGI MATEMATICHE DELL'UNIVERSO DA QUELLE
MUSICALI.**

Misura corda del violino



Abbiamo misurato la corda SOL del violino.
Essa è 32 cm

Se dividiamo la corda a metà cioè suonando una corda di 16cm



Ascolteremo il **SOL** più alto di un'ottava

Allo stesso modo la distanza dei fori di un flauto, accorciata per metà produce lo stesso suono all'ottava superiore



Una canna lunga 28cm produce il **DO centrale**.
Una di 14 cm produce il **DO acuto**

Bottiglie di vetro riempite con diversi livelli di acqua.
Le diverse quantità di acqua nelle bottiglie producono suoni diversi.
Inoltre esiste un rapporto tra l'acqua e l'altezza del suono, inversamente proporzionale.
Infatti più è alto il livello dell'acqua, più il suono è grave in quanto c'è minore presenza di aria.



Bottiglie sonore con diversi livelli di liquido

OSSERVANDO UNA COMUNE PAVIMENTAZIONE, È
POSSIBILE NOTARE COME LA SUA SUPERFICIE SIA
SPESSO INTERAMENTE RICOPERTA DA PIASTRELLE
IDENTICHE DI FORMA

QUESTE SONO DISPOSTE IN MANIERA ORDINATA
SUL PIANO IN MODO TALE DA RICOPRIRNE
L'INTERA SUPERFICIE SENZA SOVRAPPORSI .

NEI PROSSIMI RIQUADRI DI GEOGEBRA VEDREMO
COME CON DELLE TRASFORMAZIONI
GEOMETRICHE SI POSSONO OTTENERE QUESTE
PAVIMENTAZIONI.

ILLUSTREMO

NEI PROSSIMI RIQUADRI DI GEOGEBRA VEDREMO
COME CON DELLE TRASFORMAZIONI
GEOMETRICHE SI POSSONO OTTENERE QUESTE
PAVIMENTAZIONI.

ILLUSTREMO

LE TASSELLAZIONI

Alcune proprietà curiose della successione di Fibonacci

- 1) Due termini consecutivi sono primi tra loro**
- 2) La somma di numeri alterni della sequenza è uguale al numero consecutivo considerato**
- 3) La somma dei primi n numeri consecutivi più 1 è il numero che segue di due posti l'ultimo numero considerato**
- 4) Ogni due numeri esiste uno divisibile per 2, ogni tre uno divisibile per 3, ogni quattro uno divisibile per 5 ecc**
- 5) Il MCD tra due numeri di Fibonacci è un numero della sequenza la cui posizione è data dal MCD degli indici.**
- 6) Un numero di Fibonacci elevato al quadrato è uguale al prodotto di quello che lo precede con quello che lo segue più o meno 1**
- 7) La somma di dieci numeri consecutivi è sempre divisibile per 11.**