



SIMMETRIE IN NATURA

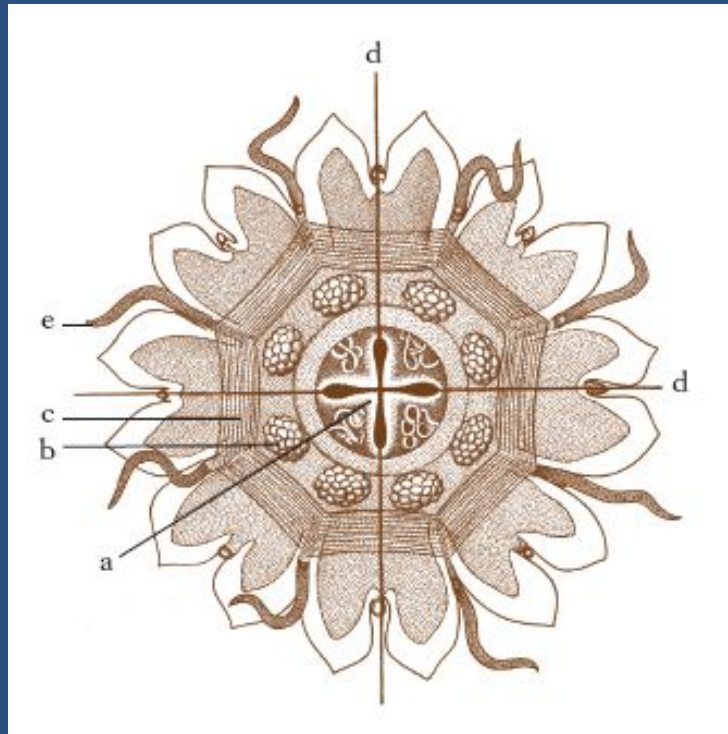




INTRODUZIONE

Le simmetrie sono un chiaro esempio della matematica intorno a noi, esse conferiscono equilibrio e armonia alle forme e sono molto presenti in natura. Nel tempo, gli esseri viventi hanno conquistato tramite la selezione naturale tutte le simmetrie che troviamo oggi in natura, che intervengono in modo fondamentale nei processi biologici.

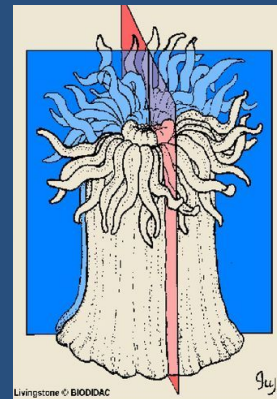
Le simmetrie si inseriscono infatti nella costruzione organica di moltissimi esseri viventi sia per scopo comunicativo (cioè sono il linguaggio che sfruttano per formarsi, come nel caso della stella marina) sia per scopo funzionale (cioè ottimizzano i processi legati alla vita come il movimento e la riproduzione).





SIMMETRIA RADIALE

Si dice che una figura piana presenti una simmetria radiale di ordine n , con n naturale non nullo, se, fissato l'angolo a come $360^\circ / n$, esiste un punto O tale che una rotazione di centro O e angolo a , lasci la figura invariata. La stella marina, come in generale tutti gli echinodermi, presenta questo tipo di simmetria radiale che le consente di riprodurre un proprio arto in caso lo perda. Presenta una simmetria radiale anche le meduse, questa è data dalla loro forma circolare che gli consente di muoversi. Molti altri esseri viventi sono invece simmetrici ma non per tutta la loro lunghezza, si dice allora che presentano una simmetria biradiale.





Anche i fiori presentano quasi sempre una spiccata simmetria radiale nella disposizione dei petali. Questa simmetria consente alle api di riconoscere le piante che le attraggono favorendo l'impollinazione. E' un meccanismo ottimale considerando che le api possiedono scarse capacità visive.

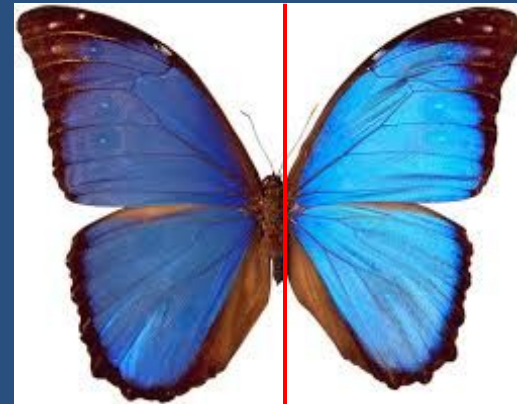
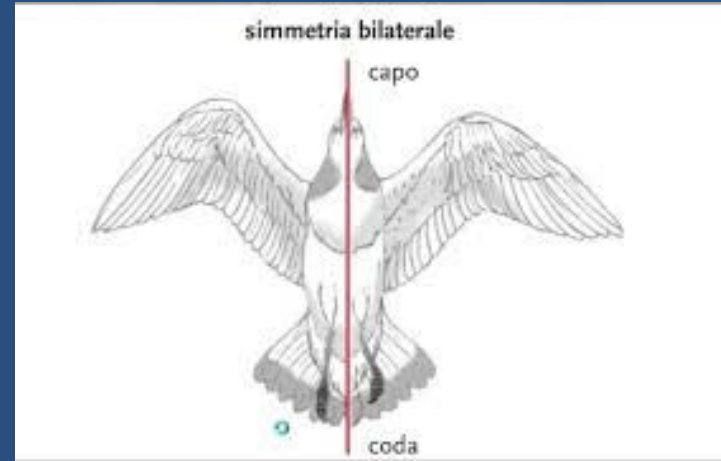




SIMMETRIE BILATERALI

Un oggetto presenta una simmetria bilaterale se esiste un piano che lo divide in due parti speculari.

Quasi tutti i vertebrati possono vantare nella propria struttura ossea una simmetria bilaterale, essa consente di ottimizzare tutte le attività motorie dell'animale e sono fondamentali nella coordinazione. Se nel movimento gli arti di un animale si muovono allo stesso modo infatti questo risulterà più forte, veloce ed efficace; si muovono allo stesso modo le ali di un uccello o le braccia umane durante la corsa. Inoltre risulta più facile per l'animale apprendere schemi motori simmetrici, più semplici poiché composti di tante ripetizioni di un movimento.





L' ALVEARE

Anche nella struttura dell'alveare le api sfruttano alcune proprietà matematiche. La forma dell'alveare è un mosaico di esagoni e questo dà grande vantaggio alle api poiché l'utilizzo della forma esagonale gli permette di comporre una certa superficie di celle utilizzando la minor quantità di cera. Infatti l'esagono ha, a parità di superficie, un perimetro minore rispetto a quadrilateri e triangolo. Inoltre le api costruiscono celle a fondo cuspidale (cioè cavo) che gli permette di guadagnare spazio. Con il fondo cuspidale, a differenza di un fondo piatto, le api economizzano una cella su 55





IL BROCCOLO ROMANESCO

Il broccolo romanesco è un esempio di frattale. Si dice frattale un oggetto dotato di omotetia interna, cioè che si ripete nella sua forma su scale diverse.

Ogni cima del broccolo è l'omotetia del broccolo intero. L'omotetia infatti modifica le dimensioni e non la forma, perché non influisce sulle dimensioni angolari.

L'omotetia sul piano è definita, a partire da un centro O e rapporto K , come la trasformazione geometrica che a qualsiasi punto P del piano associa un altro punto P' tale che tutti i punti siano allineati e che i rapporti tra i segmenti OP e OP' sia uguale a K .



Il broccolo si forma partendo dal centro dal quale hanno origine tante spirali di Fibonacci, ognuna delle quali è circondata di cime composte a loro volta da spirali di Fibonacci. Queste caratteristiche matematiche consentono al broccolo di massimizzare la sua esposizione al sole



SIMMETRIE NELLA CHIMICA



INTRODUZIONE

In chimica, i principali tipi di simmetria si trovano nei cristalli e soprattutto nelle molecole.

Le simmetrie sono dunque molto importanti poiché definiscono diverse proprietà fisiche: nei cristalli, tali proprietà sono legate alla configurazione simmetrica della struttura interna, cioè del reticolo cristallino.

Anche nelle molecole le simmetrie influenzano le proprietà che esse possiedono; un esempio può essere la polarità, caratteristica che possiede la molecola dell'acqua e che è definita dalla geometria della molecola, o anche le diverse caratteristiche degli allotropi.

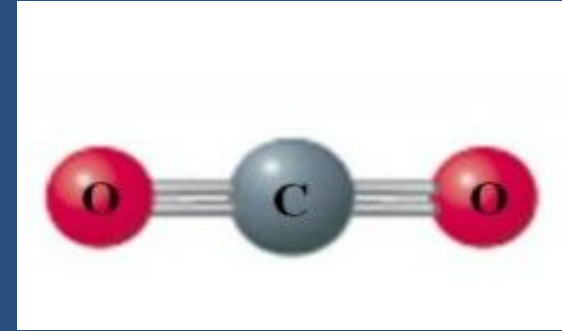




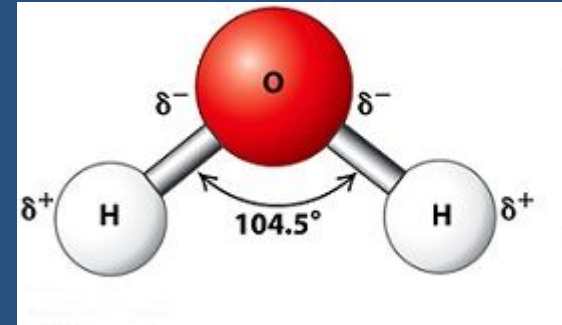
LA POLARITÀ

All'interno delle molecole, gli atomi sono tenuti insieme attraverso un legame covalente, che si forma quando due atomi mettono in comune i propri elettroni per raggiungere stabilità. Nel momento in cui gli elettroni non sono ugualmente condivisi tra gli atomi, si forma un legame covalente polare. Ma se una molecola si trova in tale situazione, non significa per forza che si tratta di una molecola polare.

Ne è un esempio la molecola di diossido di carbonio (CO_2), che nonostante presenta legami covalenti tra carbonio e ossigeno, non è una molecola polare, perché i due atomi di ossigeno si trovano in posizione simmetrica rispetto a quello di carbonio e dunque annullano la propria attrazione. Il contrario accade nella molecola dell'acqua (H_2O), in cui l'ossigeno è posto al vertice e i due atomi di idrogeno formano una disposizione ad angolo (104.5°) che fa sì che le cariche attrattive non si possano annullare.



molecola di diossido di carbonio



molecola polare dell'acqua

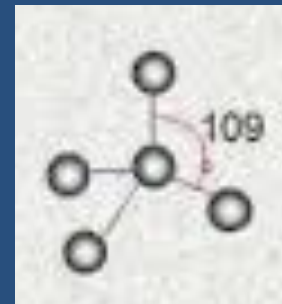
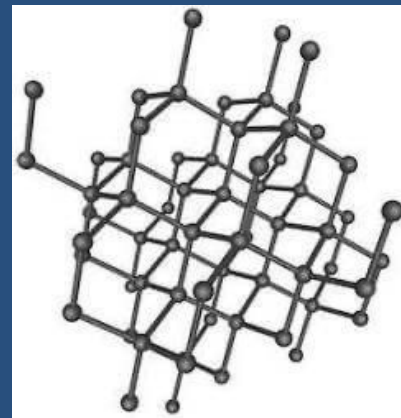


ALLOTROPI DI CARBONIO

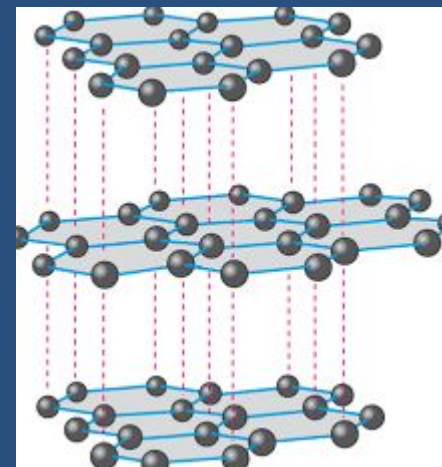
Come già accennato nel libro “Il disordine perfetto”, le caratteristiche fisiche degli allotropi possono differire molto da uno all’altro. Il termine “allotropi” deriva dal greco *allos-tropos* (*altro modo*) e definisce le diverse forme che in cui possono esistere certe sostanze.

Le simmetrie sono determinanti nella composizione di tali elementi:

- il diamante è prodotto da un atomo di carbonio, intorno al quale ne vengono sistemati altri 4 atomi (di carbonio) secondo la disposizione tetraedrica. Grazie a questa simmetria il diamante è una delle molecole più forti in natura.
- Diversamente, nella grafite ciascun atomo è saldamente legato ad altri tre atomi formando lastre esagonali. Queste lastre esagonali sono impilate con altre lastre con le quali sono blandamente legate, determinando la grafite come una delle molecole più deboli.



struttura più forte
del **diamante**

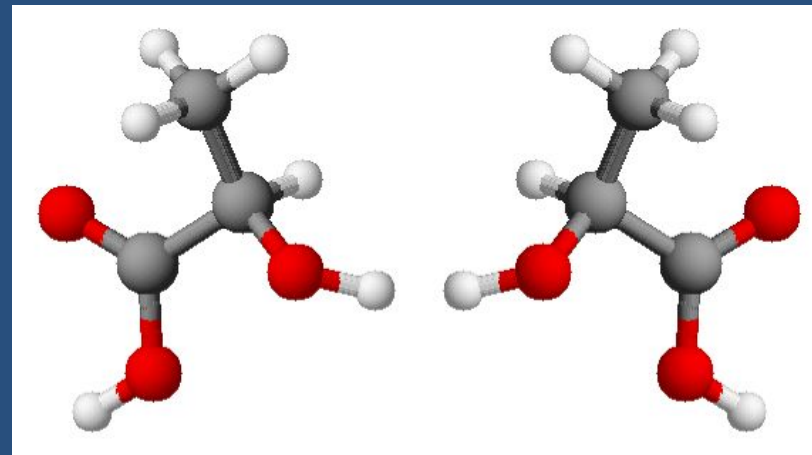


struttura
grafite,
atomi
legati in
modo
meno
stabili

OPERAZIONI DI SIMMETRIA

Un'operazione di simmetria è un'azione che lascia immutata una molecola: ogni punto del corpo, dopo il movimento avvenuto, è coincidente ad un punto equivalente o al punto stesso nella posizione originaria del corpo. Ad ognuna di queste operazioni è associato uno o più elementi di simmetria. Le principali sono:

- Identità: indicata con E , corrisponde all'elemento neutro della simmetria (che non modifica nulla) ed è caratteristica di tutte le molecole.
- Riflessione: l'operazione associata al piano di simmetria, che "specchia" tutti i punti rispetto ad un punto, una retta o un piano di riflessione. ($\sigma_v \sigma_h \sigma_d$ a seconda che il piano, attraverso il quale una riflessione mantiene inalterata la molecola, sia verticale, orizzontale o diedrico)
- Inversione: l'operazione prodotta proiettando ciascun punto della molecola nella direzione opposta equidistante dal centro di inversione.



esempio dell'operazione di simmetria dell'inversione; la molecola presa in considerazione è l'enantiomero



ROTAZIONE N-ARIA

Inoltre sarà molto importante per i gruppi puntuali l'operazione di simmetria della rotazione n-aria, associata all'asse di rotazione n-ario.

È fondamentale dunque definire cos'è l'asse di rotazione: esso lascia indistinguibile un oggetto dopo rotazione intorno ad esso.

L'ordine dell'asse è dato da X , dove $X = 360^\circ/\epsilon$ ed ϵ è il minimo angolo diverso da 0° richiesto per avere autocoincidenza.

Asse binario: $X = 2$; $\epsilon = 180^\circ$ (Simbolo C_2)

Asse ternario: $X = 3$; $\epsilon = 120^\circ$ (Simbolo C_3)

Asse quaternario: ; $X = 4$; $\epsilon = 90^\circ$ (Simbolo C_4)

Asse quinario: $X = 5$; $\epsilon = 72^\circ$ (Simbolo C_5)

Asse senario: $X = 6$; $\epsilon = 60^\circ$ (Simbolo C_6)

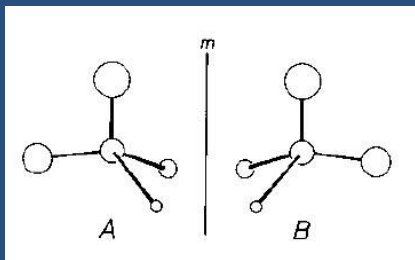
una rotazione di 360° corrisponde con l'identità:
 $X = 1$, $\epsilon = 360^\circ$ (Simbolo C_1)

asse binario $2y$: rotazione binaria
secondo l'asse y di $\epsilon = 180^\circ$

In termini geometrici:
 x, y, z in $-x, y, -z$

in termini matriciali

$$\begin{vmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$



rappresentazione
grafica



ASSI DI ROTAZIONE PROPRI

Dunque un tipo di operazione di simmetria è quella che determina la chiralità o l'achiralità di una molecola: la rotazione propria e impropria.

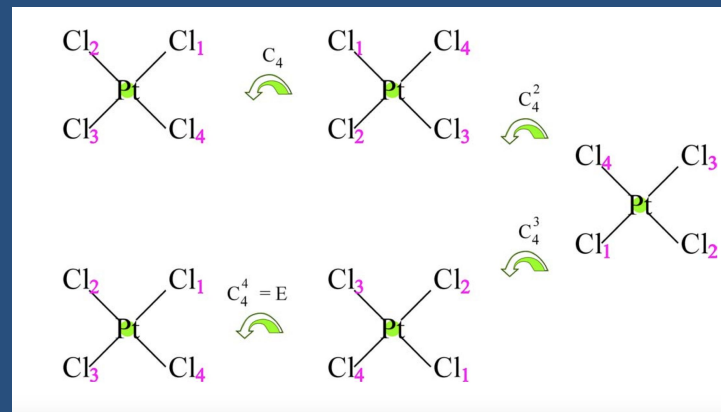
La prima si ottiene quando è possibile immaginare una retta, ruotando attorno alla quale, di un angolo $2\pi/n$, si trova la configurazione iniziale.

L'indice n indica l'ordine dell'asse e viene definito come il più grande valore di n tale che la rotazione dia origine a una configurazione equivalente; si può anche definire come il numero di volte che la più piccola rotazione che dà una configurazione equivalente deve essere ripetuta per ottenere una configurazione identica.

Questo elemento di simmetria genera n operazioni di simmetria: $C_n, C_n^2, C_n^3, C_n^m, \dots, C_n^n = E$

dove l'apice indica il numero di volte che l'operazione viene ripetuta.

in questo caso l'operazione C_4^2 corrisponde a una rotazione di 180° ; significa che nella molecola è presente anche un asse C_2 coassiale col C_4



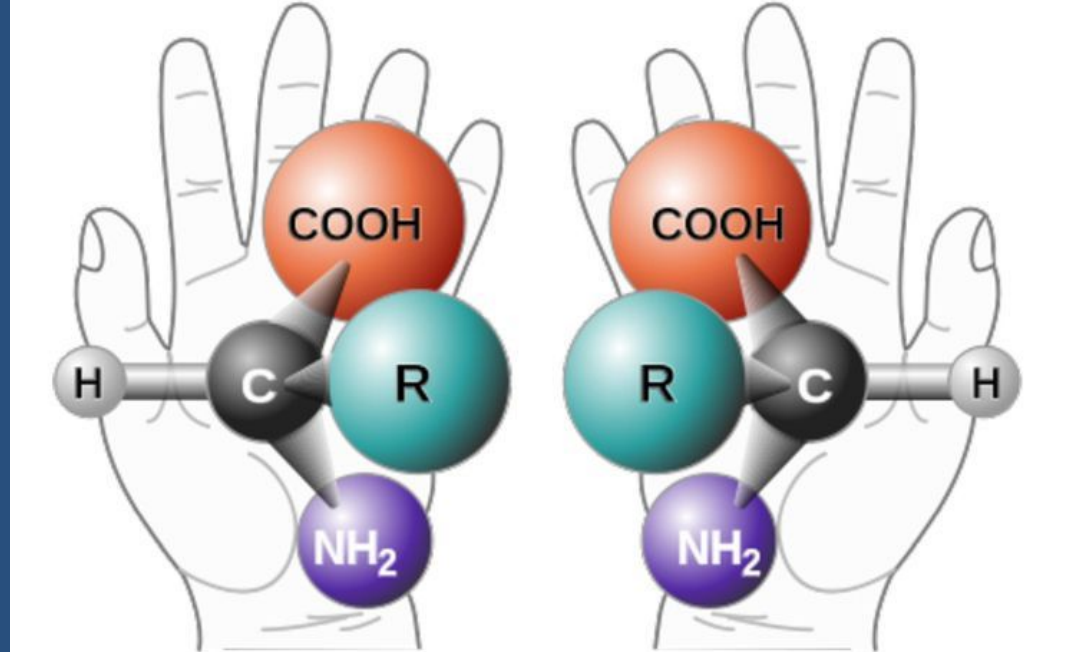
Come esempio sono illustrate di seguito le operazioni di simmetria che si possono effettuare sulla molecola del cloruro di platino (PtCl_4) generate dalla presenza di un asse C_4 perpendicolare al piano molecolare e passante per l'atomo di platino.



LA CHIRALITÀ

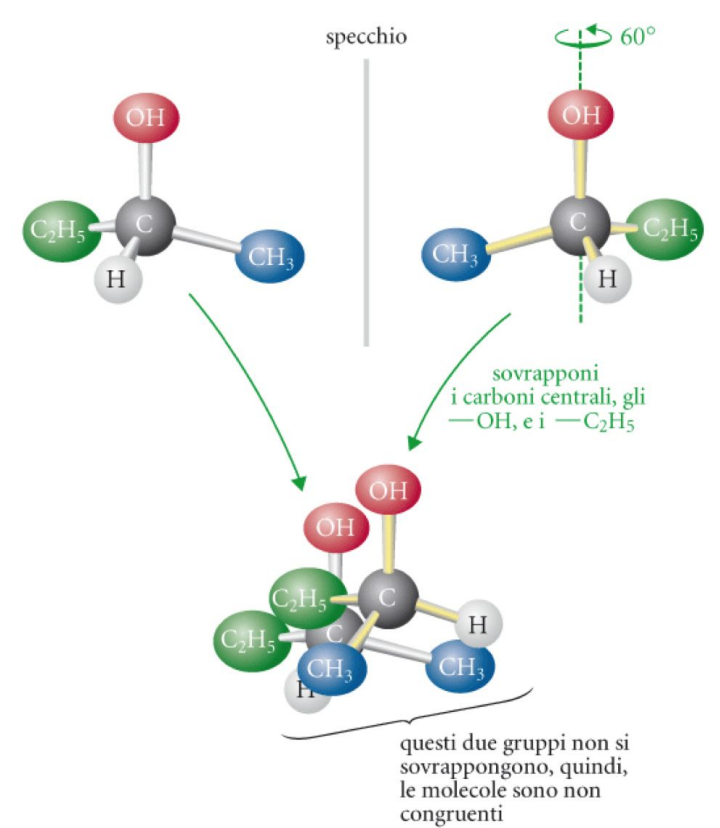
Un'altra caratteristica delle molecole, dipendente dalle simmetrie presenti, è la chiralità. Viene definita chirale una molecola che non è sovrapponibile alla sua immagine speculare nelle tre dimensioni. Al contrario, una molecola sovrapponibile alla propria immagine speculare è detta achirale.

Una molecola è chirale se tra i suoi elementi di simmetria non vi è alcun asse di rotazione improprio.

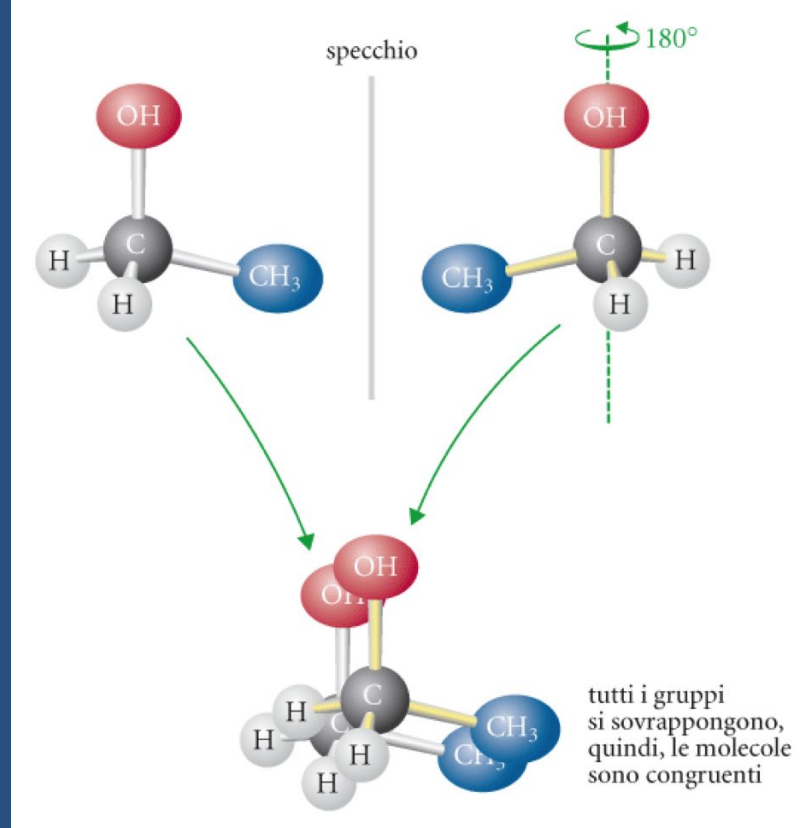


Un asse di rotazione improprio (simboleggiato S_n) avviene con una rotazione propria seguita da una riflessione rispetto ad un piano perpendicolare all'asse di rotazione

La rotazione propria è presente in una molecola se si può immaginare l'esistenza di una retta ruotando attorno alla quale di un angolo pari a $2\pi/n$ si ottiene una configurazione equivalente.



CONFRONTO TRA ETANOLO E BUTANOLO, ESEMPI DI MOLECOLA ACHIRALE E CHIRALE



BUTANOLO: Sovrapponendo (grazie ad una rotazione della seconda immagine di 60°) l'atomo di carbonio centrale e i gruppi C₂H₅ e OH, si può notare come gli altri gruppi rimanenti non si sovrappongono, determinando dunque la chiralità del butanolo.

ETANOLO: in questo, attraverso la rotazione di 180° di una delle due immagini della molecola, è possibile sovrapporre il carbonio centrale, il gruppo CH₃ e OH, anche i due atomi di idrogeno si sovrappongono; dunque l'etanolo è una molecola achirale.



I GRUPPI PUNTUALI

Sulla base degli elementi di simmetria presenti, una molecola può essere associata ad un particolare gruppo puntuale.

Il nome “gruppo puntuale” si riferisce al fatto che gli elementi di simmetria costituiti da punti, linee e piani si intersecano in un solo punto.

Questa definizione di gruppi ha una doppia nomenclatura: la notazione comunemente utilizzata nella chimica consiste nel sistema Schoenflies e Hermann-Mauguin utilizzato perlopiù da fisici, cristallografi e mineralogisti.

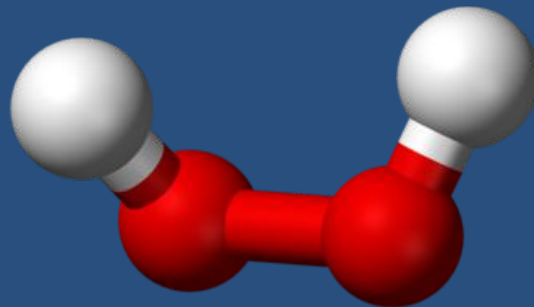
Il **sistema Schoenflies**, dal nome del matematico tedesco Arthur Schoenflies, è una notazione comunemente usata per classificare le molecole in base alla loro simmetria. Utilizza le seguenti lettere per identificare i gruppi puntuali:

- I per il gruppo con simmetria icosaedrica;
- O per il gruppo con simmetria ottaedrica;
- T per il gruppo con simmetria tetraedrica;
- C_n per gruppi caratterizzati dal possedere un asse di rotazione n-ario;
- S_n per gruppi che contengono un asse n-ario di rotazione impropria;
- D_n per un gruppo che contiene un asse di rotazione n-ario più un asse binario perpendicolare a quell'asse.

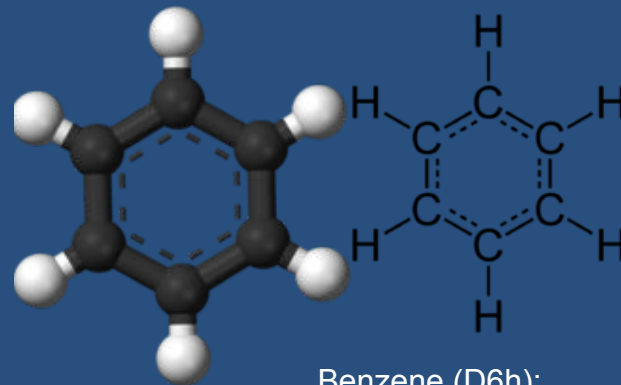
Questa rappresenta la simbologia basilare alla quale si aggiungono diversi pedici per differenziare in base alla presenza di altri elementi di simmetria caratteristici (come piani speculari o centri di inversione). Di seguito alcuni esempi:



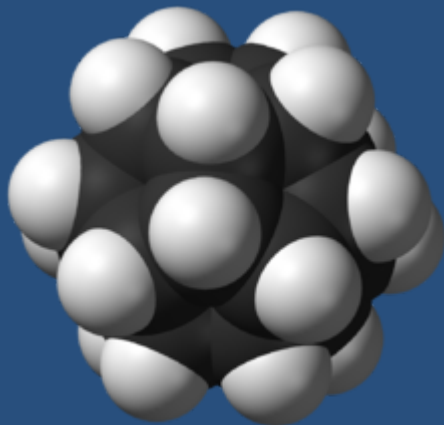
ESEMPI DI MOLECOLE APPARTENENTI A DIVERSI GRUPPI PUNTUALI



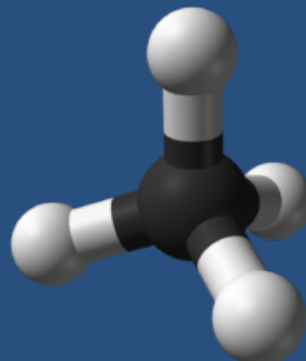
Perossido di ossigeno (C2), oltre ovviamente all'identità, presenta un asse di rotazione binario



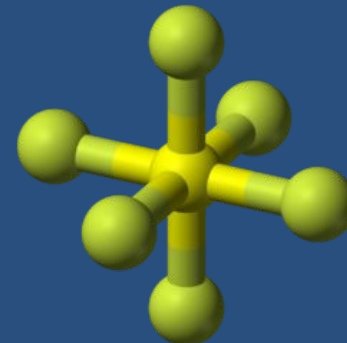
Benzene (D6h):
E, 2C₆ 2C₃ C₂ 3C₂' 3C₂"
i 2S₃ 2S₆ σ_h 3σ_d 3C_v



Dodecaedrano (Ih):
E 12C₅ 12C₅² 20C₃ 15C₂ i 12S₁₀ 12S₁₀³
20S₆ 15σ

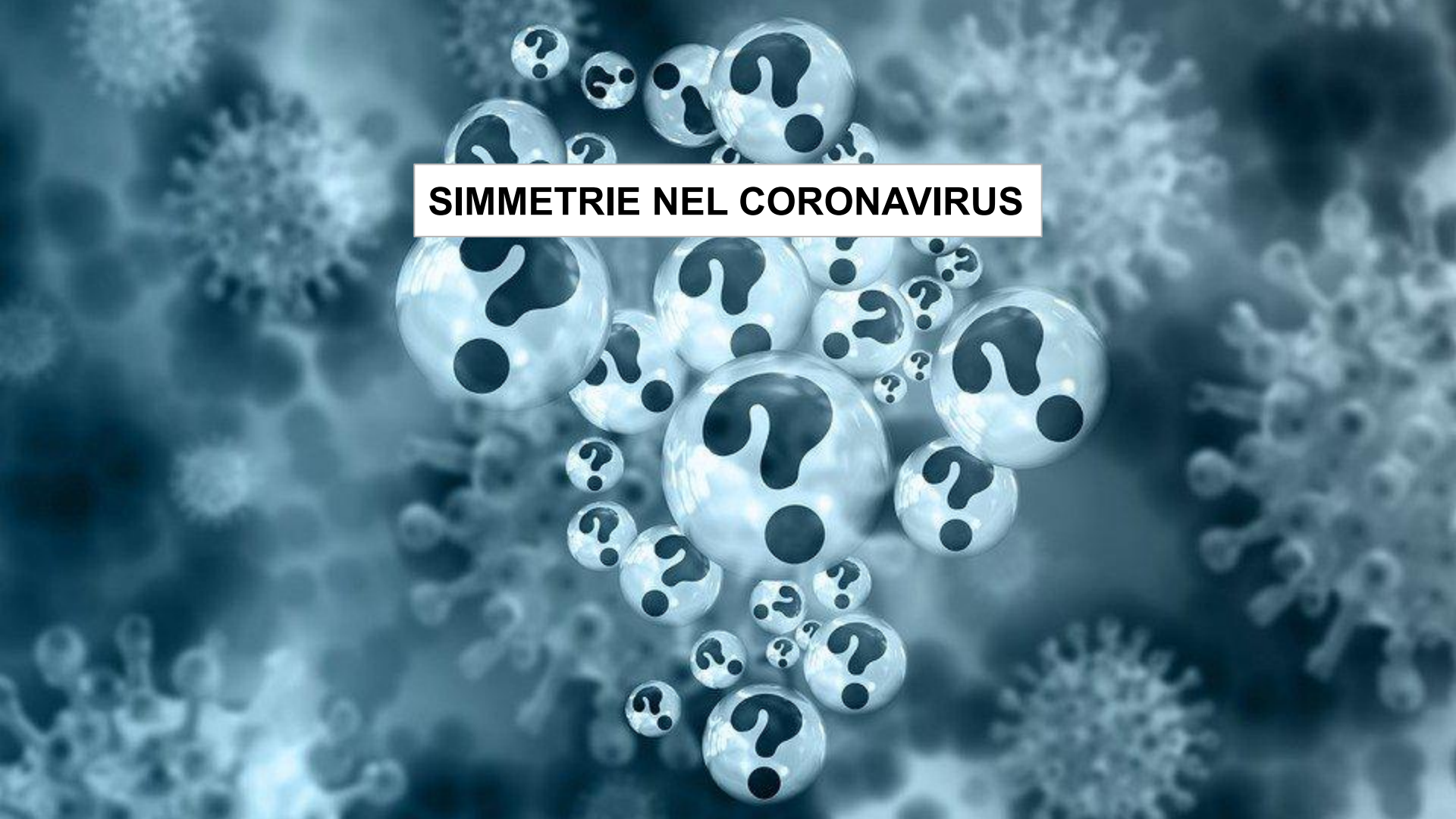


Metano, appartiene al gruppo puntuale tetraedrico (Td): E 8C₃ 3C₂ 6S₄ 6σ_d



Esafluoruro di zolfo (Oh):
E 8C₃ 6C₂ 6C₄ 3C₂ i 6S₄ 8S₆ 3σ_h 6σ_d

E: identità
C: rotazione
asse n-ario
S: inversione
σ: riflessione

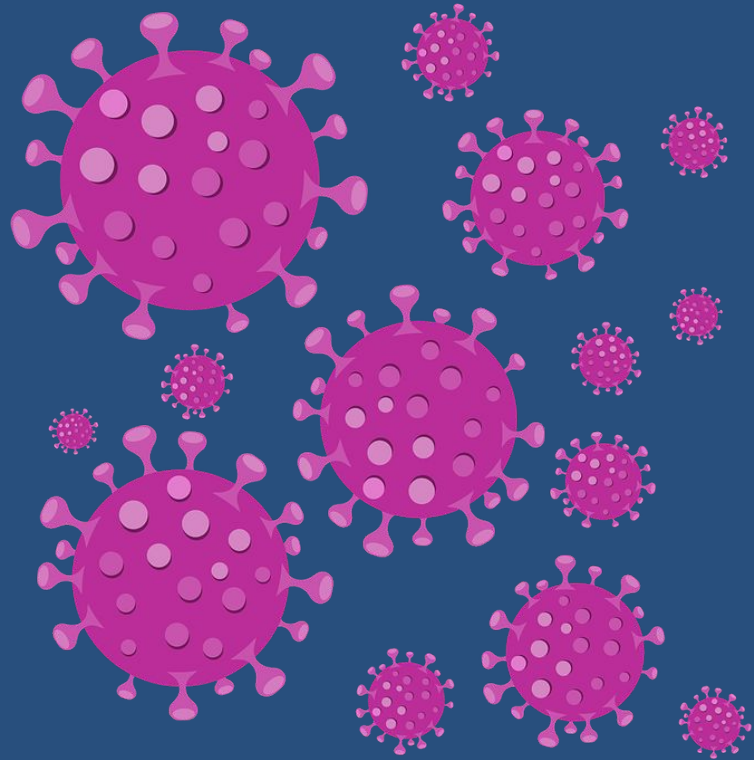


SIMMETRIE NEL CORONAVIRUS

INTRODUZIONE

Elementi costitutivi di cristalli, gemme, tessuti, ossa e cellule presentano una moltitudine di simmetrie.

Proprio come tali composti anche i virus racchiudono nella propria struttura una varietà di simmetrie diverse che variano da virus a virus. I virus sfruttano le simmetrie perchè facili da riprodurre, molti dei virus più infimi e virulenti scelgono l'icosaedro come forma preferita (herpes; HIV; rosolia...)



I virus furono scoperti per la prima volta verso la fine del XIX secolo, quando un agente sconosciuto stava distruggendo le piante di tabacco in Crimea.

Dmitri Ivanovski fu il primo ad interessarsi scientificamente alla faccenda, capendo subito che questo misterioso agente non poteva essere un batterio, dato che era capace di attraversare filtri di porcellana senza difficoltà.

Fu Martinus Beijerinck, un olandese, che ne attribuì per primo il nome 'virus'; inoltre egli ipotizzò che essi fossero organismi viventi che sfruttassero altri organismi viventi, animali e vegetali, per riprodursi.

La devastante influenza Spagnola, nel 1918, spinse definitivamente gli scienziati ad approfondire l'argomento ed "addentrarsi in ciò che pensavano fosse un groviglio caotico, ma che poi si rivelò una bellezza mortale".*

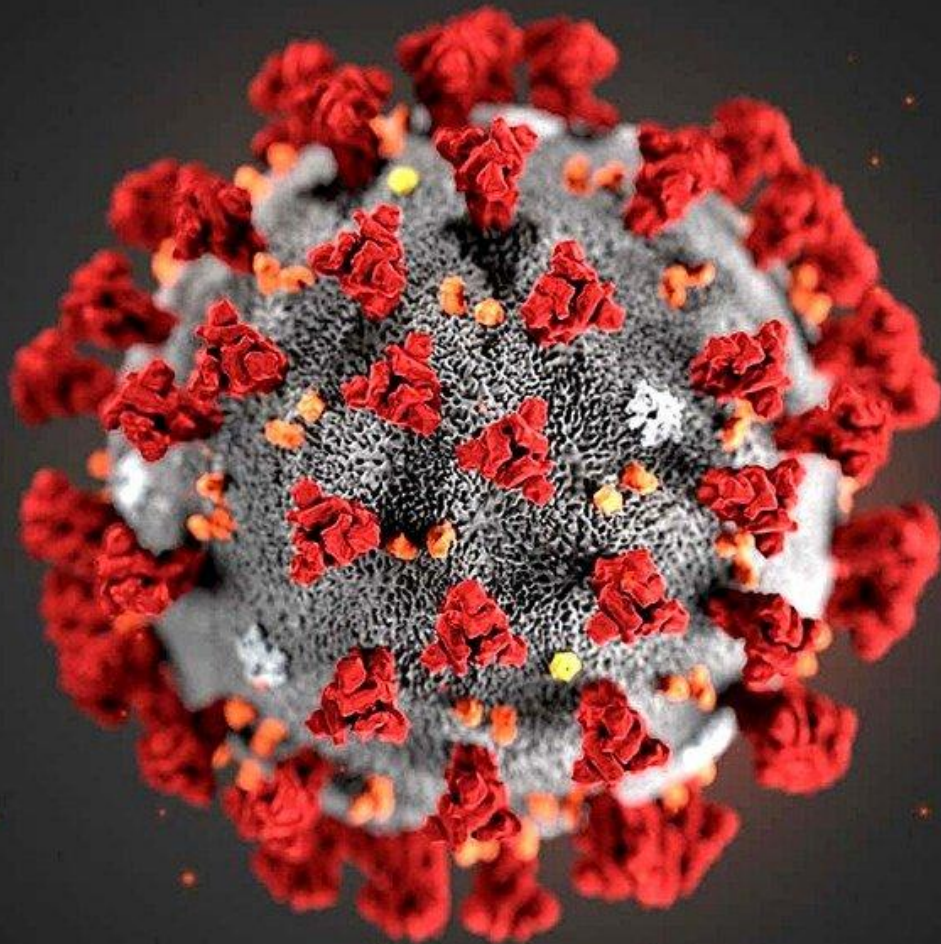




STRUTTURA ORGANICA DEL CORONAVIRUS

Guardando il coronavirus si potrebbe pensare immediatamente a un legame di tipo simmetrico tra gli spuntori (spesso rappresentanti rossi) che vanno a coronare tutto il corpo e la loro disposizione; non è così, tali spuntori sono costituiti dalla Glicoproteina S (spike).

Specificatamente tre glicoproteine S formano un trimero, che sarebbe esattamente la protuberanza di circa 20 nm che caratterizza agli occhi di tutti il coronavirus.





Come per la Glicoproteina s, anche le proteine E ed M (entrambe strutturali come la spike) possono far immaginare un qualche tipo di simmetria, ma che anche in questo caso non c'è.

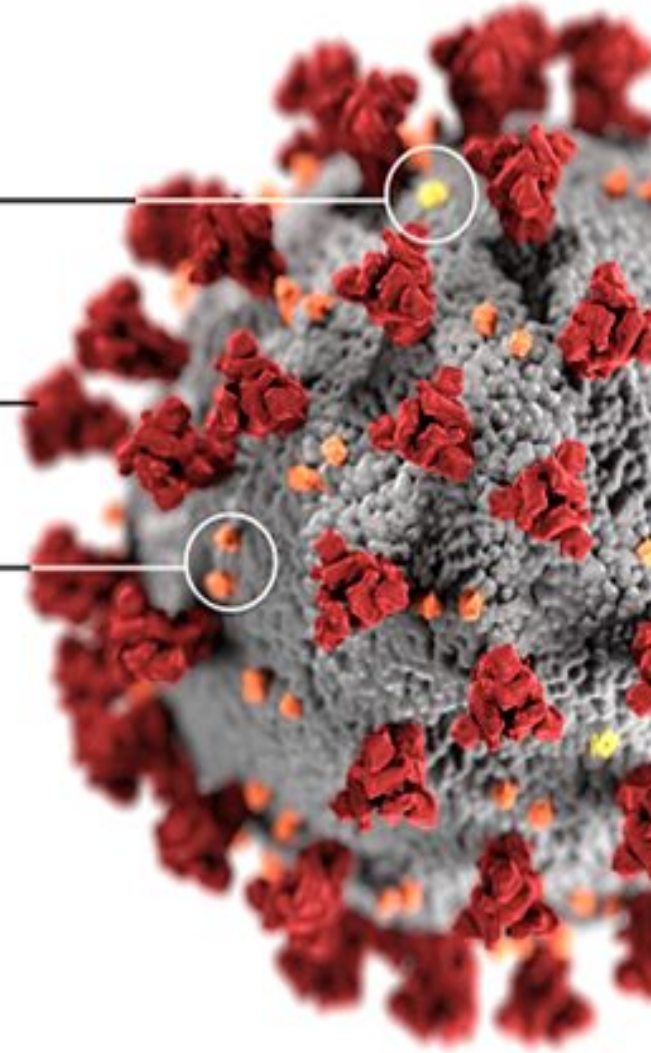
La proteina M attraversa l'envelope e interagisce con l'RNA; mentre la proteina E aiuta il virus e la glicoproteina ad attaccarsi alla membrana della cellula bersaglio

E protein

S protein

M protein

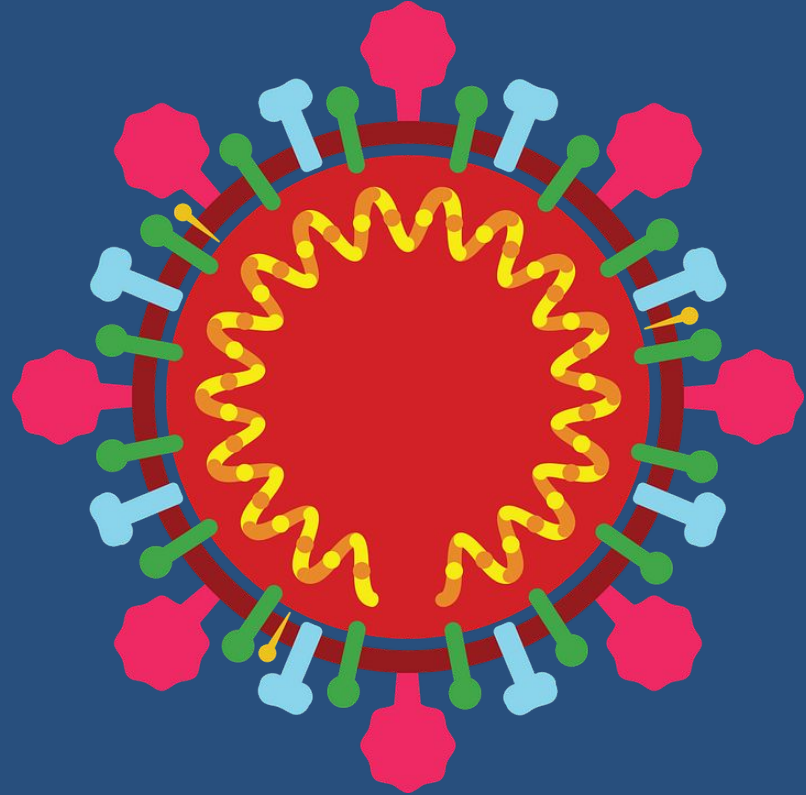
COVID-19





Addentrando più in profondità nel virus, una volta superato l'envelope (rivestimento del virus, ereditato dalla cellula ospite dopo averla infettata), possiamo trovare l'RNA, ovvero il materiale genetico della Sars-Cov 2, spiralizzato nel capsido, ovvero la struttura proteica che protegge il materiale genetico e lo racchiude.

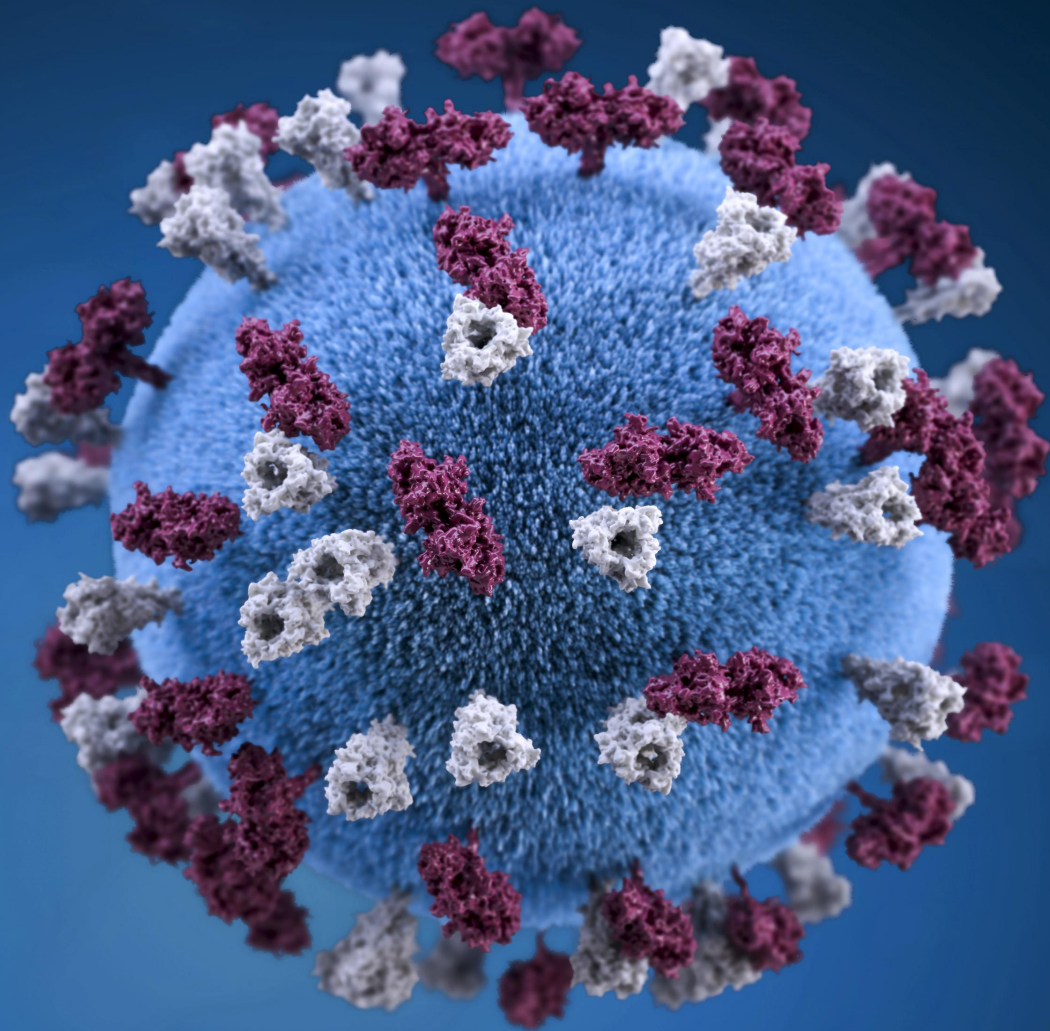
L'RNA nel Covid-19 fornisce un esempio di simmetria nei virus, infatti è spiralizzato seguendo una particolare simmetria, utilizzata anche da altri virus, detta 'simmetria elicoidale'.





IDENTITÀ

l'identità è una simmetria che possiamo trovare in qualsiasi oggetto o corpo, non è altro che una trasformazione che lascia tutti i punti fermi.





SIMMETRIA ELICOIDALE

Nella geometria in 3 dimensioni e superiore, la simmetria elicoidale è una composizione tra una rotazione e una traslazione lungo l'asse di rotazione.

Può essere visualizzata come il tracciato tra una traslazione di un oggetto a una velocità lineare costante lungo l'asse di rotazione e la rotazione a una velocità angolare costante dell'oggetto.

I due movimenti formano un angolo di avvolgimento che definisce le proprietà dell'elica tracciata.

La simmetria elicoidale si trova in molti oggetti di uso comune come molle e punte di trapano.

